

申請者	学科名	情報システム工学科	職名	准教授	氏名	三谷 健一 印
調査研究課題	バナッハ空間の種々の定数を用いたノルム構造の研究					
交付決定額	350000					
調査研究組織	氏名	所属・職		専門分野	役割分担	
	代表					
	分担者					
調査研究実績の概要	<p>1. 背景</p> <p>本研究の目的は、absoluteノルムの性質及びノルム不等式を用いることにより、バナッハ空間におけるノルム構造を考察することである。Absoluteノルムの幾何学的性質に関する研究はSaito-Kato-Takahashi (JMAA, 2000)が発端となった。実際、2次元空間のabsoluteノルムが$[0, 1]$上のある種の凸関数によって記述される結果から、absoluteノルムにおけるvon Neumann-Jordan定数が計算された。以降、この方法により有限次元ノルム空間のノルム構造、特に単位球に纏わる性質などの幾何学的性質 (uniform convexity, uniform non-squareness, smoothness等) を特徴づける研究が進展した (Saito-Kato-Takahashi, Dowling-Turretなど)。</p> <p>またこの研究に伴い、バナッハ空間におけるΨ直和の概念が導入された。これはL_p直和の一般化であり、ある種の凸関数を用いてこの直和の幾何学的性質を調べることができる (Kato-Saito-Tamura, Zachariades, Mitani-Oshiro-Saitoなど)。この結果は、バナッハ空間のノルム構造の研究のみにとどまらず、バナッハ空間の非拡大写像における不動点性の研究にも応用され、今後のより一層の研究の進展が期待される。</p>					

<p>調査研究実績 の概要</p>	<p>2. 研究結果</p> <p>バナッハ空間のJames定数（バナッハ空間の単位球の四辺形度合いを表す定数）はGao-Lauによって導入され、L_p空間における計算、James定数を用いた非拡大写像に関する不動点性の研究、他の幾何学的定数との相互関係など多くの研究者によって考察されている。2次元Lorentz数列空間に関しては、Kato-Maligrandaによる、von Neumann-Jordan定数（バナッハ空間における中線定理の成立度合いを表す定数）及び、James定数についての計算が最初である。von Neumann-Jordan定数に関しては全てのケースが求められているが、James定数に関しては一部が未解決であった。Mitani-Saito[2]による、symmetric absoluteノルムにおけるJames定数の考察結果から、全てのケースを得ることができた（Mitani-Saito-Suzuki [3]）。また、その双対空間に関しても、2次元Lorentz数列空間の双対ノルムを計算することで、全てのケースを求めることができた。一般にバナッハ空間とその双対空間におけるJames定数は一致するとは限らない例が知られているが（Kato-Maligranda-Takahashi, 2001）、2次元Lorentz数列空間の場合、一致することを証明した（[4]）。また、absoluteノルムの集合の端点に該当するノルムに対するJames定数の研究も進展している。このノルムは$[0, 1]$上のある種の凸関数で記述されるが、この結果からKomuro-Saito-Mitani [1]によって、このノルムにおけるJames定数を計算した。また、この双対ノルムにおけるJames定数の値が得られた（[5]）。</p> <p>参考文献</p> <p>[1] N. Komuro, K.-S. Saito and K.-I. Mitani, Extremal structure of absolute normalized norms on \mathbb{R}^2 and the James constant. Appl. Math. Comput. 217 (2011), no. 24, 10035-10048.</p> <p>[2] K.-I. Mitani and K.-S. Saito, The James constant of absolute norms on \mathbb{R}^2. J. Nonlinear Convex Anal. 4 (2003), no. 3, 399-410.</p> <p>[3] K.-I. Mitani, K.-S. Saito and T. Suzuki, Calculation of the James constant of Lorentz sequence spaces. J. Math. Anal. Appl. 343 (2008), no. 1, 310-314.</p> <p>[4] K.-I. Mitani, K.-S. Saito and R. Tanaka, On James constants of two-dimensional Lorentz sequence spaces and its dual, submitted.</p> <p>[5] M. Sato, N. Komuro, K.-I. Mitani, K.-S. Saito and R. Tanaka, Dual of Extremal absolute norms on \mathbb{R}^2 and the James constant, submitted.</p> <p style="text-align: right;">（成果資料等があれば添付すること。）</p>
<p>成果資料目録</p>	