

申請者	学科名	情報システム工学科	職名	准教授	氏名	三谷 健一
調査研究課題	バナッハ空間の幾何学的定数の計算及びその応用					
調査研究組織	氏名	所属・職		専門分野	役割分担	
	代表					
	分担者					
調査研究実績の概要	<p>関数解析学における主要な研究対象であるバナッハ空間の幾何学的構造は国内外問わず多くの研究者によって現在考察されているが、この起源は1936年のClarksonによる一様凸性の研究が発端とされる。一様凸性は単位球が一様に丸いことを示し、彼によってL_p空間が一様凸であることが証明された。その際、Clarkson不等式と呼ばれるノルム不等式が導出され、この不等式はバナッハ空間の構造を調べる上で重要な道具となっている。</p> <p>一方、Clarksonはvon NeumannとJordanによる中線定理を使ったヒルベルト空間の特徴づけに関連し、バナッハ空間におけるvon Neumann-Jordan定数を導入した。この定数は、ヒルベルト空間を特徴づける他、単位球のnon-squarenessを特徴づけ、一様正規構造性や非拡大写像における不動点性の研究に極めて有効であることが知られている。</p> <p>さらに具体的なバナッハ空間におけるvon Neumann-Jordan定数の計算は多くの研究者が関心を寄せている。ヒルベルト空間に関しては中線定理から、L_p空間に関してはClarkson不等式の成立によってvon Neumann-Jordan定数を計算することができる。</p> <p>本研究ではvon Neumann-Jordan定数や単位球の形状に関する定数などの幾何学的定数を具体的なバナッハ空間に対して計算並びに評価し、さらにバナッハ空間の幾何学的構造をこれらの定数の観点から調べることを目的とした。この研究を遂行するにあたり、新潟大学理学部の斎藤吉助フェロー、北海道教育大学旭川校の小室直人教授、岡山県立大学の高橋泰嗣名誉教授、新潟大学自然科学研究科の田中亮太郎氏の研究協力を得た。</p>					

<p>調査研究実績の概要</p>	<p>本年度の研究実績を以下の研究項目に分けて述べる。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Absolute normの端点構造と幾何学的定数 <ul style="list-style-type: none"> ・ Rittによるバナッハ空間におけるヒルベルト空間の特徴づけに関連して、幾何学的定数の一つであるskewnessがFitzpatrick-Reznickによって導入され、彼らによって、uniformly non-squareがこの定数で評価され、さらにLp空間において計算が得られている。本研究は、absolute normを持つ空間、特にextreme normにおいてこの定数の値を求め、skewnessの観点からヒルベルト空間との近さを表した。 2. von Neumann-Jordan定数の凸性 <ul style="list-style-type: none"> ・ ベクトル空間においてノルムならなる集合は凸集合であるが、そのノルムに対応するvon Neumann-Jordan定数の凸性について調べた。一般にその凸性は成立しないが、2次元空間におけるabsolute normからなる集合のうち、l_2ノルムに対応する関数より大きいまたは小さい関数の集合においては凸であることを示した。 3. 2次元Lorentz空間とその双対空間におけるJames定数 <ul style="list-style-type: none"> ・ バナッハ空間におけるuniformly non-square度合いを表わす定数としてJames定数が導入され、この定数を用いた非拡大写像における不動点性の研究や幾何学的性質との関係など、様々な研究が行われている。具体的な空間においてはLp空間以外にも多くの場合について計算されている。申請者らによって2次元Lorentz空間における定数の計算およびその双対空間のノルムを用いた定数の計算が進められている。本研究では、それらのノルムの詳細を調べることで、それらの空間におけるJames定数が一致することを証明した。 4. 具体的な空間におけるvon Neumann-Jordan定数の計算 <ul style="list-style-type: none"> ・ von Neumann-Jordan定数の計算方法はLp空間の場合、Clarkson不等式を用いて決定される。それ以外に関しても、幾らかの方法で計算が求められる場合がある。Day-James空間においては新たな幾何学的定数$\gamma(t)$を評価することによって、一部の場合、計算することができる。本研究ではBanach-Mazur距離を用いて具体的なバナッハ空間におけるgeneralized Banas-Fraczek spacesにおけるvon Neumann-Jordan定数を計算した。この研究に関しては、昨年9月に行われたThe Fifth International Symposium on Banach and Function Spaces 2015において研究成果の発表を行った。
<p>成果資料目録</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Extremal structure of absolute norms and the skewness", Ken-Ichi Mitani, Kichi-Suke Saito and Naoto Komuro, Linear and nonlinear analysis, 1, 159-167 (2015) . 2. "On the James constants of two-dimensional Lorentz sequence spaces and its dual", Ken-Ichi Mitani, Kichi-Suke Saito and Ryotaro Tanaka, Journal of Nonlinear and convex analysis, 16, 2269-2277 (2015) . 3. "On the convexity of von Neumann-Jordan constant", Naoto Komuro, Ken-Ichi Mitani, Kichi-Suke Saito and Ryotaro Tanaka, Journal of Nonlinear and convex analysis, 16, 2263-2268 (2015).