

2020年度 独創的研究助成費 実績報告書

2021年 3月 17日

報告者	学科名	情報システム工学科	職名	准教授	氏名	三谷健一
研究課題	バナッハ空間の幾何学的性質に関する種々の定数の研究					
研究組織	氏名	所属・職		専門分野	役割分担	
	代表	三谷 健一	情報工学部・准教授	関数解析学	すべて	
	分担者					
研究実績の概要	<p>バナッハ空間の幾何学的構造の研究は Clarkson による一様凸性の研究が発端とされている。Clarkson は L_p 空間の単位球構造を調べ、$1 < p < \infty$ において一様凸（単位球が一様に丸い）であることを示した。これ以降、狭義凸性, uniform smoothness, uniform non-squareness などの幾何学的性質が導入され、それらの特徴づけや相互関係が示された。狭義凸性が Chebyshev の近似問題において一意解を与え、回帰性(reflexivity)や非拡大写像における不動点性が uniform non-squareness から導かれるなど、幾何学的性質はバナッハ空間の構造研究において重要な位置を占める。</p> <p>また、バナッハ空間の幾何学的性質の度合いを記述しようとするとき幾何学的定数の考察が必要となる。例えば、L_p 空間が一様凸であるといったとき、p の値により凸性の度合いが異なるが、その違いを表現することができない。幾何学的定数の代表的なものとして、バナッハ空間における中線定理の成立度合いを表す von Neumann-Jordan 定数(以下, NJ 定数)、バナッハ空間の単位球の non-square 性の成立度合いを表す James 定数がある。具体的な空間における幾何学的定数の計算や幾何学的定数同士の関係について国内外の研究者において考察されている。</p>					

※ 次ページに続く

<p>研究実績 の概要</p>	<p>本研究ではこれらの定数や James 定数の一般化である James 型定数, generalized inner product に関連する定数である skewness について, 具体的なバナッハ空間におけるそれらの計算や幾何学的定数同士の相互関係を考察している.</p> <p>Fitzpatrick-Reznick らによる uniform non-squareness の skewness を用いた特徴づけの結果の一般化である skewness と James 定数との関係について [1] において述べた. また, Day-James 空間 (特に l_2-l_1 空間) における NJ 定数と James 定数の計算について, Yang らによる $\gamma_X(t)$ を用いた計算方法を検証し, [2] における Banach-Mazur 距離と NJ 定数との関係を示す補題を用いた別証明を [1] において述べた (cf. [3]). 他の Day-James 空間及びこの無限次元版である Bynum 空間などの具体的なバナッハ空間における幾何学的定数の計算, 一般のバナッハ空間における skewness と他の幾何学的定数の相互関係, 種々の幾何学的定数を用いたバナッハ空間の単位球構造の特徴づけについても引き続き考察を行う.</p> <p>研究発表</p> <p>[1] 三谷健一, バナッハ空間の幾何学的定数, 2021日本数学会年会企画特別講演, 2021年3月.</p> <p>参考文献</p> <p>[2] M. Kato, L. Maligranda, Y. Takahashi : On James and Jordan-von Neumann constants and the normal structure coefficient of Banach spaces, <i>Studia Math.</i> 144 (2001), 275-295.</p> <p>[3] K.-I. Mitani, Y. Takahashi, K.-S. Saito : On von Neumann-Jordan constant of l_p-l_q spaces, <i>J. Nonlinear Conv. Anal.</i> 19 (2018), 1705-1709.</p>
<p>成果資料目録</p>	