

申請者	学科名	情報システム工学科	職名	准教授	氏名	三谷 健一 印
調査研究課題	バナッハ空間の種々の幾何学的定数の研究					
交付決定額	200000 円					
調査研究組織	氏名	所属・職		専門分野	役割分担	
	代表					
	分担者					
調査研究実績の概要	<p>本調査研究は、具体的なバナッハ空間における幾何学的定数を計算、及び幾何学的定数によるバナッハ空間の種々の構造を評価することによって、バナッハ空間のノルム構造の詳細を考察することを目的とした。</p> <p>バナッハ空間の幾何学の概念は1936年のClarksonによる一様凸性(uniform convexity)の導入が最初とされる。以降、一様smooth性(uniform smoothness)、一様非四辺形性(uniform non-squareness)など多くの幾何学的性質が研究され、バナッハ空間の種々の構造を解析する際に重要な影響を与え、数学の様々な分野への応用がなされている。</p> <p>一方、幾何学的性質の研究の発展に伴いその性質の度合いを表す定数として、幾何学的定数が導入された。例えば、von Neumann-Jordanの有名な結果である、バナッハ空間における中線定理の成立によるヒルベルト空間の特徴づけに関連した、von Neumann-Jordan定数の導入やバナッハ空間の単位球の四辺形さ度合いを表したJames定数などが導入され、ノルム構造を特徴づけるために必要不可欠な道具である。具体的な空間については<math>L_p</math>空間などの古典的なバナッハ空間に関して定数の計算が行われ、Clarkson不等式及びHanner不等式の成立によって値が得ることができる。</p>					

<p>調査研究実績の概要</p>	<p>著者らは、単位区間上の凸関数で構成されたabsolute normにおけるJames定数を、その凸関数の言葉で公式化した(三谷-斎藤(2003))。これにより、<math>L_p</math>ノルム以外に多くのノルムに対して定数の計算が可能となり、実際に2次元Lorentz数列空間の定数を決定した。また、absolute normからなる集合の端点構造を考察し、端点に該当するノルムにおける定数を計算した。一方、absolute normの研究から派生したBanach空間の<math>\Psi</math>直和の概念は<math>L_p</math>直和の一般化であり、そのノルム構造は複雑であるが、単位球の形状の性質に関して斎藤-加藤(2003)、Dowling-Turett(2006)らによって特徴づけが証明されている。Banach空間の幾何学的性質と非拡大写像の不動点性との間を考察する際の例として<math>\Psi</math>直和が用いられるなど(加藤-斎藤-田村(2010))、応用面に関しても重要である。</p> <p>これらの研究に関連して、本年度は以下の研究成果を得ることができ、成果発表は、2013年8月の国際シンポジウム「The Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis」において行った([1, 2])。</p> <p>[1]では、<math>\mathbb{R}^2</math>上のabsolute normalized ノルムにおけるskewnessを考察した。その結果、absolute normalized ノルム全体からなる集合<math>AN_2</math>の端点のノルムに対して定数を得た。この結果によりskewnessと他の定数の間の関係が今後得られることが期待される。</p> <p>[2]では、James定数及びvon Neumann-Jordan定数における凸性を一般のパナッハ空間およびabsolute normalized ノルムにおいて考察し、凸性を持つ条件を導出した。</p> <p>また、本研究およびその他について京都大学数理解析研究所での研究集会、関数空間セミナー、日本数学会年会において成果発表を行った。研究打ち合わせについては本研究に関連する研究者と主に日本数学会秋季総合分科会、及び日本数学会年会において直接討論を行った。また、これらの研究に関連した論文及び国際会議論文は現在投稿中または投稿予定である。</p> <p>学会等の発表</p> <p>[1] Komuro-Saito-Mitani, Skewness of absolute normalized norms on <math>\mathbb{R}^2</math>, The Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA2013), 2013, Hirosaki, Japan.</p> <p>[2] Komuro-Saito-Mitani, Convex property of James and von Neumann-Jordan constant of absolute norms on <math>\mathbb{R}^2</math>, The Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA2013), 2013, Hirosaki, Japan.</p>
<p>成果資料目録</p>	